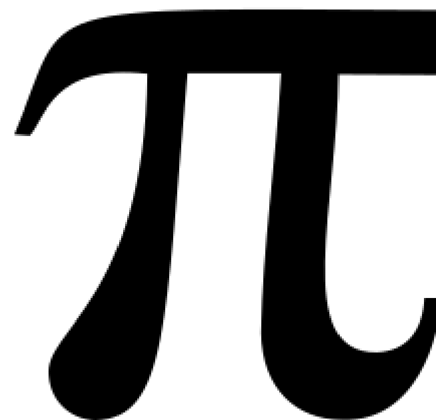
WIKIPEDIA

Pi



Ovaj članak ili neki od njegovih odlomaka nije dovoljno potkrijepljen izvorima (literatura, veb-sajtovi ili drugi izvori). Ako se pravilno ne potkrijepe pouzdanim izvorima, sporne rečenice i navodi mogli bi biti izbrisani. Pomozite Wikipediji tako što ćete navesti validne izvore putem referenci te nakon toga možete ukloniti ovaj šablon.



Pi

Matematička konstanta $\pi \approx 3.14159\ldots$ se često koristi u matematici i fizici. *π* je malo slovo grčkog alfabeta i mjenja se sa *pi* kada je nedostupno. U euklidskoj planimetriji, π se može definisati kao odnos obima i prečnika kruga, ili kao površina kruga poluprečnika 1 (jediničnog kruga). Većina novijih udžbenika definiše π analitički, koristeći trigonometrijske funkcije, naprimjer kao najmanje pozitivno x za koje je sin(x) = 0, ili kao dva puta najmanje pozitivno x za koje je cos(x) = 0. Sve ove definicije su ekvivalentne.

π je također poznato i kao **Arhimedova konstanta** (ne treba mješati sa Arhimedovim brojem) i **Ludolphov broj**.

Numerička vrijednost π zaokružena na 64 decimalna mjesta je:

3.14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510 58209 74944 5923

Sadržaj

Osobine

π je iracionalan broj; to jest, ne može se napisati kao odnos dva cijela broja. Ovo je dokazao Johann Heinrich Lambert 1761. godine. Zapravo, ovaj broj je transcendentan, što je dokazao Ferdinand von Lindemann 1882. godine. To znači da ne postoji netrivijalan polinom sa racionalnim koeficijentima, čiji je π korijen.

Važna posljedica transcedentnosti ovog broja je činjenica da nije konstruktibilan. Ovo znači da je nemoguće izraziti π koristeći samo konačan broj cijelih brojeva, razlomaka, i nad njima četiri osnovne i operaciju kvadratnog korjenovanja. Ovo dokazuje da nije moguće izvršiti kvadraturu kruga: nemoguće je konstruisati (koristeći samo lenjir i šestar) kvadrat čija je površina jednaka površini datog kruga. Razlog je taj da su, polazeći od jediničnog kruga i tačke (1,0) na njemu, koordinate svih tačaka koje se mogu konstruisati korištenjem lenjira i šestara konstruktibilni brojevi.

Formule sa π

Geometrija

π; se pojavljuje u dosta formula u geometriji koje se tiču krugova, elipsi, valjaka, kupa i lopti.

Geometrijski oblik	Formula
obim kruga poluprečnika *r* i prečnikaa *d*	$O = \pi d = 2\pi r$
Površina kruga poluprečnika *r*	$P = \pi r^2$
Površina elipse sa poluosama *a* i *b*	$P = \pi ab$
Zapremina kugle poluprečnika *r*	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
Površina vanjskog dijela kugle poluprečnika *r*	$P = 4\pi r^2$
Zapremina valjka visine *H* i poluprečnika *r*	$V = \pi r^2 H$
Površina vanjskog dijela valjka visine *H* i poluprečnika *r*	$P = 2(\pi r^2) + (2\pi r)H = 2\pi r(r + H)$
Zapremina kupe visine *H* i poluprečnika *r*	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 H$
Površina kupe visine *H* i poluprečnika *r*	$P = \pi r\sqrt{r^2 + H^2} + \pi r^2 = \pi r(r + \sqrt{r^2 + H^2})$

Također, ugao od 180° (u stepenima) iznosi π; radijana.

Analiza

Dosta formula u analizi sadrži π, uključujući predstavljanja u obliku beskonačnog reda (i beskonačnog proizvoda), integrale i takozvane specijalne funkcije.

- François Viète, 1593:

  $$\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}\frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2}\cdots$$

- Leibnizova formula:

  $$\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \cdots = \frac{\pi}{4}$$

  Ovaj često navođeni beskonačni red najčešće se piše u gornjem obliku, dok je tehnički ispravan zapis:

  $$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{2n+1}\right) = \frac{\pi}{4}$$

- John Wallis - Valisov proizvod:

  $$\frac{2}{1}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{8}{7}\cdot\frac{8}{9}\cdots = \frac{\pi}{2}$$

- Integral vjerovatnoće, poznat iz kalkulusa (Također pogledajte i Funkcija greške i Normalna raspodjela):

  $$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\,dx = \sqrt{\pi}$$

- Bazelski problem, koji je prvi riješio Leonhard Euler (Također pogledajte i Rimanova zeta-funkcija):

  $$\zeta(2) = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6}$$

  $$\zeta(4) = \frac{1}{1^4} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \cdots = \frac{\pi^4}{90}$$

  i, uopšte, $\zeta(2n)$ je racionalni umnožak broja π^{2n} za svako prirodno *n*.

- Vrijednost Gama-funkcije u tački 1/2:

  $$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$$

- Stirlingova aproksimaciona formula:

$$n! \sim \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$$

- Eulerov identitet (kojeg je Richard Feynman nazvao "najizvanrednijom formulom u matematici"):

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

- Osobina Eulerove φ-funkcije:

$$\sum_{k=0}^{n} \phi(k) \sim 3n^2/\pi^2$$

- Površina jedne četvrtine jediničnog kruga:

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx = \frac{\pi}{4}$$

Kompleksan analiza

- Spcijalan slučaj Eulerove formule za e^{ix} :

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

- Osnovni slučaj teoreme o ostacima:

$$\oint \frac{dz}{z} = 2\pi i$$

Verižni razlomak

π; ima puno predstavljanja u obliku verižnih razlomaka, kao što je naprimjer:

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{4}{5+\cfrac{9}{7+\cfrac{16}{9+\cfrac{25}{11+\cfrac{36}{13+\dots}}}}}}$$

Teorija brojeva

Neki rezultati iz "Teorije Brojeva":

Vjerovatnoća da su dva slučajno izabrana cijela broja uzajamno prosta je 6/π;^{2}. Vjerovatnoća da je slučajno izabran cijeli broj beskvadratan je 6/π;^{2}. U prosjeku, broj načina da se dati prirodan broj napiše kao zbir dva savršena kvadrata (redosljed sabiraka je bitan) je π;/4.

Ovde, "vjerovatnoća", "prosjek" i "nasumičan" su uzeti u smislu granične vrijednosti; tj. posmatra se vjerovatnoća odgovarajućeg događaja u skupu brojeva ***{1,2, ... N}***, a zatim uzima granična vrijednost te vjerovatnoće kada ***{N→∞}*** (***{N}*** je "jako veliko").

Dinamički sistemi/Ergodička teorija

U teoriji dinamičkih sistema (Također pogledajte ergodička teorija), za skoro svako realno x_0 u intervalu ***[0,1]***,

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \sqrt{x_i} = \frac{2}{\pi},$$

gdje su x_i iterirane vrijednosti logističkog preslikavanja za ***r = 4***.

Fizika

U fizici, pojava broja π; u formulama je najčešće stvar dogovora i normalizacije. Na primjer, korištenjem uproščene Plankove konstante $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ može se izbjeći pisanje broja π; eksplicitno u velikom broju formula u Kvantnoj mehanici. Zapravo, uprošćena varijanta je i bezičnija, a prisustvo faktora *1/2π;* u formulama koje koriste *h* može se smatrati naprosto uslovljenom uobičajenom definicijom Plankove konstante.

- Heisenbergov princip neodređenosti:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

- Einsteinova jednačina polja opšte teorije relativnosti:

$$R_{ik} - \frac{g_{ik} R}{2} + \Lambda g_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}$$

- Kulonov zakon za električnu silu:

$$F = \frac{\left|q_1 q_2\right|}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

- Magnetna permeabilnost slobodnog prostora:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{H/m}$$

Vjerovatnoća i statistika

U vjerovatnoći i statistici postoji puno raspodjela, čiji analitički izrazi sadrže π;, uključujući:

- Gustina raspodjele vjerovatnoće za normalnu raspodjelu sa matematičkim očekivanjem μ i standardnom devijacijom σ:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}$$

- Gustina raspodjele vjerovatnoće za (standardnu) Košijevu raspodjelu:

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$$

Treba primjetiti da se, kako je, $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$ za svaku Funkciju gustine raspodjele vjerovatnoće ***f(x)***, pomoću gornjih formula može dobiti još integralnih formula za π;.

Zanimljiva empirijska aproksimacija broja π zasnovana je na problemu Bufonove igle. Posmatrajmo opit u kojem se igla dužine ***L*** baca na ravan na kojoj su označene dvije paralelne prave na međusobnom rastojanju ***S*** (gdje je ***S***>***L***). Ako se igla na slučajan način baci veliki broj (***n***) puta, od kojih se ***x*** puta zaustavi tako da siječe jednu od pravih, onda približnu vrijednost broja π možemo dobiti korištenjem formule

$$\pi \approx \frac{2nL}{xS}$$

Računanje broja pi pomoću Heronovog trougla

Trougao kome su stranice i površina cijeli brojevi zove se Heronov trougao.
Pomoću ovog trougla može se prbližno izračunati broj π.
Za tu svrhu koristićemo funkciju tangens i njezinu osobinu da za jako male vrijednosti argumenta x vrijedi

$$\tan x \approx x$$

Trougao pomoću kojeg ga računamo ima stranice $a = 13$, $b = 14$ i $c = 15$
Heron ga spominje u svom djelu "Metrika". Pomoću Heronove formule
$P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ za $s = \frac{a+b+c}{2}$
$P = 84$
Koristeći kosinusnu teoremu
$$\cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{3}{5}$$
$$cos\beta = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac} = \frac{33}{65}$$
$$\cos\gamma = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

i formulu

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}} = \frac{1}{2}$$
$$\tan\frac{\beta}{2} = \frac{23}{65}$$
$$\tan\frac{\gamma}{2} = \frac{2}{3}$$
Koristeći formule

$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$
$\tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$
dobijamo
$\tan(\frac{\alpha+\gamma-2\beta)}{2} = \frac{7}{524}$
$\tan(\frac{4\alpha-4\gamma+\beta)}{2} = \frac{148}{6811}$
$\tan(\frac{3\gamma+2\beta-4\alpha)}{2} = \frac{46}{2253}$
Zbog
$\tan x \approx x$
imamo

$$\frac{\alpha+\gamma-2\beta}{2} \approx 0,013358778$$

$$\frac{4\alpha-4\gamma+\beta)}{2} \approx 0,21729555$$
$$\frac{3\gamma+2\beta-4\alpha)}{2} \approx 0,020417221$$

Ove relacije pomnožimo sa 2, zatim redom sa 37, 27 i 24, a onda saberemo.

$$\alpha+\beta+\gamma \approx 3,14197215$$

$\pi = 3,14159265$ je tačna vrijednost

Historija

Simbol "π;" za Arhimedovu konstantu je prvi put uveo 1706. godine matematičar William Jones kada je objavio *Novi uvod u matematiku* (*A New Introduction to Mathematics*), mada je isti simbol još ranije korišten da naznači obim kruga. Ova oznaka postala je standardna nakon što ju je usvojio Leonhard Euler. U oba slučaja, 'π;' je prvo slovo riječi *π;εριμετρος* (perimetros), što znači 'mijeriti okolo' na grčkom jeziku.
Na listi detaljnih opisa velikog hrama Solomona, izgrađenog oko 950 godine pne pojavljuje se $\pi = 3$. To nije sasvim tačna vrijednost i nije čak ni tačna za vrijeme u kom je zapisana, jer su u to vrijeme Egipćani i Mesopotamci već znali da π ima vrijednost od $25/8 = 3,125$.
Doduše u odbranu Solomonovim zanatlijama treba primjetiti da su pojedini predmeti, koji su opisani, bili takvog oblika da veliki stepen geometrijske preciznosti nije bio moguć, niti neophodan.
U Egiptu postojala je potreba navodnjavanja i organizovane poljoprivredne proizvodnje. Ova potreba bila je veliki podsticaj za razvoj matematike. Iz sačuvanih papirusa saznajemo da su imali razvijene sisteme za računanja i odgovarajuću simboliku. Vješto su baratali sa razlomcima.
Najpoznatiji sačuvani papirus je Rindov papirus iz otprilike 1650. godine pne, pokazuje da su Egipćani prilikom računanja površina i zapremina oblih figura koristili za broj π.
Pisao ga je pisar Ahmes ali on nije bio i autor ovog matematičkog spisa. Ahmes je napisao: Oduzmite $1/9$ prečnika a nad ostatkom konstruišite kvadrat. On će imati istu površinu kao krug.

U Ahmesovom papirusu za π izračunata je približna vrijednost $3,1605$. Greška je na drugoj decimali.
U staroindijskom djelu "Salvasutra" data su matematička pravila za koja se znalo u to vrijeme. Tu se nalaze neke interesantne aproksimacije pomoću osnovnih razlomaka, kao što je(u našoj simbolici)
$\pi = 4 * (1 - 1/8 + 1/(8 * 29) - 1/(8 * 29 * 6) + 1/(8 * 29 * 6 * *))2 = 3,0888$.
Baudhajan je uzeo $49/16$ kao vrijednost za π,
Ariabhata , $62832/20000$ što je jednako $3,1416$.
Euclid govorio je za krug da je to linija, t.j. dužina bez širine. On u svom XII dokazu ukazuje na postojanje broja π “Odnos kružnog obima i kružnog prečnika isti je kod svih krugova.”
Mi pretpostavljamo da je on znao da je π veće od 3 i manje od 4 ali to nije naveo.
Arhimed sa Sirakuze dobio je približno da je $223/71 < \pi < 22/7$. Ako uzmemo aritmetičku sredinu njegovih dviju granica dobićemo $3,1418$, greška je $0,0002$.
Arhimed je zasluzan za prve dvije decimale broja $\pi = 3,14$,
Pisac sačuvanih komentara “9 knjiga” Liu Hui nasao je pomoću upisanih i opisanih mnogouglova da je $3,141024 < \pi < 3,142704$
Tsu Ch’ung Chi dao je racionalnu aproksimaciju $355/113$ za π koja je tačna do 6 decimalnih mjesta. On je dokazao $3,1415926 < \pi < 3,1415927$. Ovo je fantastičan rezultat ali nemamo više podataka. Njegova knjiga, koju je napisao njegov sin, je izgubljena.
Claudius Ptolemy dobio je približnu vrijednost za
$\pi = 3 + 8/60 + 30/3600 = 317/120 = 3,14167$
Ovu vrijednost objavio je u svom “Velikom zborniku”, jednom od najvećih djela rimskog aleksandrijskog perioda, koji je još poznatiji pod arapiziranim nazivom “Almagest"
AbuJa'far Muhammadibn MusaAl-Khwarizmi ostače zapamčen po tome što je slučajno dao svoje ime algoritmu, dok je riječ ‘aljabar’ koja se javlja kao naslov jedne njegove knjige preteča današnje riječi algebra. U algebri ovog starog arapskog matematičara o izračunavanju obima kruga čitamo: “Najbolji način je da se prečnik pomnoži sa $3\frac{1}{7}$. To je najbrži i najlakši način. Alah zna za bolje.”
Ghiyath al-Din Jamshid Mas'ud al-Kashi u julu 1424 godine on je objavio “Raspravu o obimu kruga”, rad u kome je izračunao 2π do devet decimala u sistemu brojeva čija je osnova 60 (sistemu koji su za zapis brojeva koristili stari Vavilonci, a koji je i do danas opstao u upotrebi pri izražavanju vremena i mjerenju uglova). Ako njegov račun prevedemo na dekadni sistem zapisa brojeva vidimo da je vrijednost π bila izražena sa 16 decimalnih mjesta.
François Viète nikad nije bio profesionalni matematičar. Tokom 1592 godine on se bavio problemima tadašnjih tvrdnji da se može izvršiti kvadratura kruga, podjela ugla na tri dijela i konstrukcija kocke duplo veće zapremine u odnosu na datu, korištenjem samo lenjira i šestara. Objavio je knjigu “Supplementum geometriae” (1593), u kojoj se bavi opisom ova tri klasična matematička problema, ali i pokazuje konstrukciju tangente u svakoj tački Arhimedove spirale. U ovoj knjizi, on je izračunao π do 10 decimale koristeći poligon sa 6*216 = 393216 stranica. On je predstavio π u vidu beskonačnog proizvoda,to je, kako je danas poznato, najranije predstavljanje broja πkao beskonačnog. Izražen u našoj simbolici ovaj proizvod izgleda ovako:

$$2/\ pi = cos(\pi/4) * cos(\pi/8) * cos(\pi/16) * cos(\pi/32)$$

Adriaan van Roomen jedan od njegovih najinpresivnijih rezultata bio je izračunavanje broja π sa 16 decimalnih mjsta. On je to uradio 1593 godine koristeći 230 -stranicni poligon.
Roomen-ovo interesovanje za π bilo je direktna posljedica njegovog prijateljstva sa Ludolph van Ceulen-om.
Ludolph van Ceulen postao je slavan zbog njegovog izračunavanja broja π sa 35 decimalnih mjesta, do koga je došao koristeći poligon sa 262 stranica. Proveo je veći dio svog života računajući π i zato ne čudi istorijski podatak da je 35 decimala broja π ugravirano na

njegovoj nadgrobnoj ploči u crkvi St. Peter's Church u Lajdenu. Poznato je da je u Njemačkoj broj π dugo zvan Ludolfov broj, upravo njemu u čast.
Wallis-ova formula, kojom je on utvrdio da se broj π može približno predstaviti pomoću beskrajnog proizvoda
$2/\pi = (1*3*3*5*5*7*....)/(2*2*4*4*6*6*...)$
Gottfried Wilhelm von Leibniz njegovi engleski prijatelji, pričali su mu o Merkatorovoj kvadraturi hiperbole jedan od ključeva koji je poslužio Njutnu pri pronalasku diferencijalnog računa. Na temelju toga Leibniz je pronašao metodu beskonačnih redova, koju je razvio. Jedan od njegovih pronalazaka je formula

$$\pi/4 = 1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + ...$$

Ova formula nije praktičan način izračunavanja vrijednosti π , ali je upadljiva jednostavna veza između π i svih neparnih brojeva.

Evo kratke hronologije broja π;:

Vrijeme	**Osoba**	**Vrijednost π; (svjetski rekordi su označeni *podebljano*)**
20. vijek p. n. e.	Babilonci	**25/8 = 3.125**
20. vijek p. n. e.	Egipatski matematički papirus (Rhindov papirus)	**$(16/9)^2$ = 3.160493...**
12. vijek p. n. e.	Kinezi	3
sredinom 6. vijeka p. n. e.	1 Kraljevi 7:23	3
434. p. n. e.	Anaksagora je pokušao da kvadrira krug lenjirom i šestarom	
3. vijek p. n. e.	Arhimed	223/71 < π; < 22/7 (3.140845... < π; < 3.142857...)
20. p. n. e.	Vitruvije	25/8 = 3.125
130	Čang Hong	√10 = 3.162277...
150	Ptolomej	377/120 = 3.141666...
250	Vang Fau	142/45 = 3.155555...
263	Liu Hui	**3.14159**
480	Zu Čongži	**3.1415926 < π; < 3.1415927**
499	Arjabhata	62832/20000 = 3.1416
598	Bramagupta	√10 = 3.162277...
800	Muhamed Al Horezmi	3.1416
12. vijek	Baskara	3.14156
1220	Fibonači	3.141818
1400	Madava	**3.14159265359**
Svi podaci od 1424. su dati u brojevima tačnih decimalnih mijesta (dm).		
1424	Džamšid Masud Al Kaši	**16 dm**
1573	Valentus Oto	6 dm
1593	Fransoa Vijet	9 dm

1593	Adrijen van Romen	15 dm
1596	Ludolph van Ceulen	**20 dm**
1615	Ludolph van Ceulen	**32 dm**
1621	Vilebrord Snel (Snelije), Ludolphov učenik	**35 dm**
1665	Isaac Newton	16 dm
1699	Abraham Šarp	**71 dm**
1700	Seki Kova	10 dm
1706	John Machin	**100 dm**
1706	William Jones uveo grčko slovo 'π;'	
1730	Kamata	25 dm
1719	De Lanji izračunao 127 decimalnih mijesta, ali nisu sva bila tačna	**112 dm**
1723	Takebe	41 dm
1734	Leonhard Euler usvojio grčko slovo 'π;' i obezbjedio njegovu popularnost;	
1739	Macunaga	50 dm
1761	Johann Heinrich Lambert dokazao da je π; iracionalni broj	
1775	Euler ukazao na mogućnost da bi π; mogao biti transcendentan	
1789	Jurij Vega izračunao 140 decimalnih mjesta, ali nisu sva bila tačna	**137 dm**
1794	Adrijen-Mari Ležandr pokazao da je i π^2; (pa samim tim i π;) iracionalan, i spominje mogućnost da je π moguće transecedentan.	
1841	Raderford izračunao 208 decimalnih mjesta, ali nisu sva bila tačna	**152 dm**
1844	Zaharija Daze i Štrasnicki	**200 dm**
1847	Tomas Klauzen	**248 dm**
1853	Leman	**261 dm**
1853	Raderford	**440 dm**
1853	Vilijam Šenks	**527 dm**
1855	Rihter	500 dm
1874	William Shanks je posvetio 15 godina izračunavanju 707 decimalnih mjesta, ali nisu sva bila tačna (grešku je otkrio D. F. Ferguson 1946. godine)	527 dm
1882	Ferdinand Lindenmann dokazao da je π; transcedentan (Lindeman-Vajerštrasova teorema, koju neki zovu i "najljepšom teoremom cijele matematike")	
1946		**620 dm**
1947	D. F. Ferguson koristeći stoni kalkulator	**710 dm**
1947		**808 dm**
Svi rekordi od 1949. nadalje izračunati su pomoću elektronskih računara.		
1949	Dž. V. Vrenč, jr. i L. R. Smit bili su prvi koji su koristili elektronski računar (ENIAC) da izračunaju π;	**2,037 dm**
1953	Maler pokazao da π; nije Liuvilov broj	
1955	Dž. V. Vrenč, jr. i L. R. Smit	**3,089 dm**
1961		**100,000 dm**

1966		**250,000 dm**
1967		**500,000 dm**
1974		**1,000,000 dm**
1992		**2,180,000,000 dm**
1995	Jasumasa Kanada	**> 6,000,000,000 dm**
1997	Kanada i Takahaši	**> 51,500,000,000 dm**
1999	Kanada i Takahaši	**> 206,000,000,000 dm**
2002	Kanada i tim	**> 1,240,000,000,000 dm**
2003	Kanada i tim	**> 1,241,100,000,000 dm**
April 2004	Kanada i tim	**1.3511 bilion cifara ukupno**

Numeričke aproksimacije broja π;

Zbog transcedentne prirode broja π;, ne postoje prikladni zatvoreni izrazi za π;. Stoga, numerička izračunavanja moraju koristiti približne vrijednosti (aproksimacije) Broja. Za puno potreba, 3.14 ili 22/7 je dovoljno blizu, iako inženjeri često koriste 3.1416 ili 3.14159 (5, odnosno 6 značajnih cifara) radi veće preciznosti. Aproksimacije 22/7 i 355/113, sa 3 i 7 značajnih brojki, se dobijaju iz jednostavnog razvoja π; u verižni razlomak.

Pored toga, sljedeća numerička formula daje aproksimaciju π; sa 9 ispravnih cifara:

$$(63/25)((17+15\sqrt{5})/(7+15\sqrt{5}))$$

Egipatski pisar po imenu Ahmes je izvor najstarijeg poznatog teksta koji daje približnu vrednost broja π;. Rajndov papirus datira iz egipatskog drugog srednjeg perioda — mada Ahmes tvrdi da je prepisivao papirus iz Srednjeg kraljevstva — i opisuje vrijednost tako da je dobijeni rezultat zapravo 256 podjeljeno sa 81, tj. 3.160.

Kineski matematičar Liu Hui je izračunao π; do 3.141014 (tačno do 3 decimalna mesta) 263. godine i predložio da je 3.14 dobra aproksimacija.

Indijski matematičar i astronom Arjabhata dao je preciznu aproksimaciju za π;. On je napisao: "Dodaj četiri na sto, pomnoži sa osam, a onda dodaj šezdesetdvijehiljade. Rezultat je približno jednak obimu kruga prečnika dvadesethiljada. Ovim pravilom dat je odnos između obima i prečnika." Drugim riječima, (4+100)×8 + 62000 je obim kruga prečnika 20000. Ovo daje vrijednost π; = 62832/20000 = 3.1416, tačnu kada se zaokruži na 4 decimalna mesta.

Kineski matematičar i astronom Zu Čongži je izračunao π; do 3.1415926–3.1415927, i dao dvije aproksimacije: 355/113 i 22/7 (u 5. vijeku).

Iranski matematičar i astronom Gijat ad-din Džamšid Kaš (1350–1439) je izračunao π; do 9 cifara u brojnom sistemu sa osnovom 60, što je ekvivalentno sa 16 decimalnih mesta kao:

2 π; = 6.2831853071795865

Njemački matematičar Ludolph van Ceulen (oko 1600) je izračunao prvih 35 decimala. Bio je tako ponosan na svoje dostignuće da ih je dao urezati u svoj nadgrobni spomenik.

Slovenački matematičar Jurij Vega je 1789. izračunao prvih 140 decimala, od kojih je prvih 137 bilo tačno i držao je svjetski rekord 52 —sve do 1841—kada je Vilijam Raderford izračunao 208 decimalnih mesta, od kojih su prva 152 bila tačna. Vega je poboljšao formulu John Machina iz 1706; njegov metod se spominje i

danas.

Nijedna od gore datih formula ne može da posluži kao efikasni način nalaženja približnih vrijednosti broja π;. Za brza izračunavanja, mogu se koristiti formule poput Machinove:

$$\frac{\pi}{4} = 4 \arctan \frac{1}{5} - \arctan \frac{1}{239}$$

zajedno sa Taylorovim razvojem funkcije arctan(*x*). Ova formula se najlakše provjerava korištenjem polarnih koordinata kompleksnih brojeva, krenuvši od:

$$(5 + i)^4 \cdot (-239 + i) = -114244 - 114244i.$$

Formule ove vrste su poznate kao *formule slične Machinove*.

Ekstremno dugački decimalni razvoji broja π; se po pravilu računaju Gauß-Legendreovim algoritmom i Borweinovim algoritmom; Salamin-Brentov algoritam koji potiče iz 1976. godine je također korišten u prošlosti.

Prvih milion cifara brojeva π; i 1/π; su dostupni na Projektu Gutenberg. Trenutni rekord (decembar 2002) ima 1 241 100 000 000 cifara, koje su izračunate u septembru iste godine na 64-čvornom Hitachi superračunaru sa jednim terabajtom radne memorije, koji vrši 2 biliona operacija u sekundi, skoro duplo više od računara korištenog za prethodni rekord (206 milijardi cifara). Korištene su sljedeće formule slične Machinaovoj:

$$\frac{\pi}{4} = 12 \arctan \frac{1}{49} + 32 \arctan \frac{1}{57} - 5 \arctan \frac{1}{239} + 12 \arctan \frac{1}{110443}$$ –K. Takano (1982).

$$\frac{\pi}{4} = 44 \arctan \frac{1}{57} + 7 \arctan \frac{1}{239} - 12 \arctan \frac{1}{682} + 24 \arctan \frac{1}{12943}$$ –F. C. W. Störmer (1896).

Ove približne vrijednosti imaju toliko puno cifara da više nemaju nikakvog praktičnog značaja, izuzev za testiranje novih superračunara i (očigledno) za ustanovljavanje novih rekorda u izračunavanju broja π;.

1996. godine David H. Bailey je, zajedno sa Peter Borwein i Simon Plouffe, otkrio novu formulu za π u obliku zbira beskonačnog reda:

$$\pi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{16^k} \left(\frac{4}{8k+1} - \frac{2}{8k+4} - \frac{1}{8k+5} - \frac{1}{8k+6} \right)$$

Ova formula omogućava da se lako izračuna k^{ta} binarna ili heksadecimalna cifra broja π; bez potrebe za raöunanjem prethodnih $k - 1$ cifara. Baileyeva Internetska stranica (https://web.archive.org/web/20030501201647/http://www.nersc.gov/~dhbailey/) sadrži izvođenje ove formule, kao i njenu implementaciju u raznim programskim jezicima. PiHeks projekat je izračunao 64-bite oko milijarditog bita broja π; (koji je, uzgred, 0).

Ostale formule koje su do sada korištene za izračunavanje približnih vrijednosti π uključuju:

$$\frac{\pi}{2} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!}{(2k+1)!!} = 1 + \frac{1}{3}\left(1 + \frac{2}{5}\left(1 + \frac{3}{7}\left(1 + \frac{4}{9}(1 + \ldots)\right)\right)\right)$$ —Newton.

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!(1103+26390k)}{(k!)^4 396^{4k}}$$ —Srinivasa Ramanujan.

$$\frac{1}{\pi} = 12 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (6k)!(13591409+545140134k)}{(3k)!(k!)^3 640320^{3k+3/2}}$$ —David Chudnovsky i Gregory Chudnovsky.

$$\pi = 20 \arctan \frac{1}{7} + 8 \arctan \frac{3}{79}$$ —Leonhard Euler.

Na računarima sa Microsoft Windows operativnim sistemom, program PiFast može se koristiti za brzo izračunavanje velikog broja cifara. Najveći broj cifara broja π izračunat na kućnom računaru je 25 000 000 000, za koje je PiFast-u trebalo 17 dana.

Otvorena pitanja

Otvoreno pitanje o ovom broju je da li je π normalan broj — da li se ma koji blok cifara javlja u njegovom decimalnom razvoju upravo onoliko često koliko bi se statistički moglo očekivati ako bi se cifre proizvodile potpuno "nasumično". Ovo mora da bude tačno u bilo kojoj osnovi, a ne samo u dekadnom sistemu (osnovi 10). Sadašnje znanje u ovom smijeru je veoma oskudno; naprimjer, ne zna se čak ni koje se od cifara (0,...,9) pojavljuju beskonačno često u decimalnom razvoju ovog broja.

Bailey and Crandall su pokazali 2000. godine da postojanje gore pomenute Bailey-Borwein-Plouffe formule i sličnih formula povlači da se tvrđenje o normalnosti broja π i raznih drugih konstanti u osnovi 2 može svesti na izvjesnu razumnu pretpostavku u Teoriji haosa.

Također nije poznato da li su π i *e* algebarski nezavisni, tj. da li postoji netrivijalna polinomska relacija između ova dva broja sa racionalnim koeficijentima.

John Harrison (1693–1776) je stvorio muzički sistem izveden iz π. Ovaj Lucy tjuning sistem, (zbog jedinstvenih matematičkih osobina broja π) može da oslika sve muzičke intervale, harmonije i harmonike. Ovo sugeriše da bi se korištenjem π mogao dobiti precizniji model za analizu kako muzičkih, tako i drugih harmonika u vibrirajućim sistemima.

Priroda broja π

U ne-euklidskoj geometriji, zbir uglova trougla može da bude manji ili veći od π radijana, a odnos obima kruga i njegovog prečnika može se također razlikovati od π. Ovo ne menja njegovu definiciju, ali utiče na mnoge formule gde se π pojavljuje. Pa tako, posebno, oblik univerzuma ne utiče na π; π nije fizička nego matematička konstanta, definisana nezavisno od ma kakvih fizičkih mjerenja. Razlog zašto se π pojavljuje tako često u fizici je jednostavno zato što je podesan u mnogim fizičkim modelima.

Posmatrajmo, kao primjer, Kulonov zakon:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2}.$$

Ovdje, $4\pi r^2$ je naprosto površina lopte poluprečnika *r*. U ovoj formi, ovo je pogodan način opisivanja inverzne kvadratne veze između sile i rastojanja *r* od tačkastog izvora. Naravno, bilo bi moguće da se ovaj zakon opiše na druge, ali manje zgodne — ili u nekim slučajevima zgodnije načine. Ako koristimo Plankovo

naelektrisanje, Kulonov se zakon može opisati kao $F = \frac{q_1 q_2}{r^2}$ čime se uklanja potreba za π.

Spominjanja u fikciji

- *Contact* (Kontakt) - naučno-fantastično djelo Carl Sagana, a kasnije filmska adaptacija sa Jodie Foster. Sagan razmatra mogućnost potpisa, koji su u decimalni razvoj broja π ugradili stvaraoci univerzuma.
- *π* (film) - O vezi između brojeva i prirode: otkrivanje takve veze a da niste numerolog.
- *Time's Eye* (Oko vremena) - Naučna fantastika Arthur C. Clarkea i Stephen Baxtera. U svijetu koji su prestrojile vanzemaljske sile, primjećuje se sferična naprava čiji je odnos obima i prečnika po svim ravnima - tačan cijeli broj 3.

π kultura

Postoji cijelo polje humorističkog, ali i ozbiljnog izučavanja koje uključuje korištenje mnemonika za lakše pamćenje cifara π i zove se pifilologija. Pogledajte Pi mnemonike za primjere na engleskom jeziku.

14. mart (3/14 u SAD) je *Pi dan* kojeg prosavlja veliki broj ljubitelja ovog broja. 22. jula, proslavlja se *Dan aproksimacije broja pi* (22/7 je popularna aproksimacija).

Štaviše, mnogi ljudi govore i o "pi satu" (3:14:15 je malo manje od pi sata; 3:08:30 bi bilo najbliže broju π sati poslije podneva ili ponoći u cijelim sekundama).

Još jedan primjer matematičkog humora je slijedeća aproksimacija π: Uzmite broj "1234", zamjenite mjesta prvim dvjema i posljednjim dvjema ciframa, tako da broj postaje "2143". Podjelite taj broj sa *"dva-dva"* (22, pa je 2143/22 = 97.40909...). Uzmite dvo-kvadratni korijen (četvrti korijen) od ovog broja. Konačan rezultat je izuzetno blizu π: 3.14159265.

Također pogledajte

- Grčko pismo
- Geometrija
- Matematika
- Spisak formula koje sadrže π

Vanjski linkovi

Cifre

- Tekst na "Project Gutenberg" koji sadrži milion cifara Pi (http://www.gutenberg.net/etext/50)
- Arhiv broja Pi (http://www.solidz.com/pi/)

Proračuni

- Izračunavanje Pi: projekat otvorenog koda za izračunavanje Pi (http://projectpi.sourceforge.net/)

- PiFast: brz program za računanje Pi sa velikim brojem cifara (http://numbers.computation.free.fr/Constants/PiProgram/pifast.html)
- PiHeks projekat (https://web.archive.org/web/20050403231357/http://www.cecm.sfu.ca/projects/pihex/index.html)

Opći

- Historija broja Pi (engl.) (http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/HistTopics/Pi_through_the_ages.html)
- Dokaz da je Pi iracionalan (https://archive.is/20120805055202/www.lrz-muenchen.de/~hr/numb/pi-irr.html)
- Pifakts - probijeni rekordi (http://www.joyofpi.com/pifacts.html)
- Formule za Pi (http://mathworld.wolfram.com/PiFormulas.html)
- PlanetMath: Pi (https://planetmath.org/encyclopedia/Pi.html)

Mnemonici

(Svi mnemonici su na engleskom jeziku.)

- Jedan od popularnijih mnemonika za pamćenje Pi (https://web.archive.org/web/19981205225854/http://users.aol.com/s6sj7gt/mikerav.htm)
- ANTREAS P. HATZIPOLAKIS: *Pifilologija*. Mjesto sa stotinama primjera mnemonika za Pi (https://web.archive.org/web/20060605105016/http://www.cilea.it/~bottoni/www-cilea/F90/piph.htm)
- Pamćenje Pi kroz poeziju (https://web.archive.org/web/20040831172922/http://www.startfromhere.freeserve.co.uk/nudesci/abc/pi.htm)



Commons ima datoteke na temu: **Pi (https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Pi?uselang=bs)**

Preuzeto iz "https://bs.wikipedia.org/w/index.php?title=Pi&oldid=3054531"

Ova stranica je posljednji put izmijenjena na datum 24 oktobar 2019 u 05:30.

Tekst je dostupan pod slobodnom licencom Autorstvo-Dijeliti pod istim uvjetima; mogu se primijeniti i dodatni uvjeti. Korištenjem ovog sajta slažete se s uvjetima korištenja i pravilima o privatnosti. Wikipedia® je zaštitni znak neprofitne organizacije Wikimedia Foundation, Inc.